# KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu
Matematyka dyskretna

## Przedmiot

Kierunek studiów
Informatyka
Studia w zakresie (specjalność)
-
Poziom studiów
pierwszego stopnia
Forma studiów
stacjonarne

Rok/semestr
1/1
Profil studiów
ogólnoakademicki
Język oferowanego przedmiotu
polski
Wymagalność
obligatoryjny

## Liczba godzin

| Wykład | Laboratoria | Inne (np. online) |
|---|---|---|
| 30 | 0 | |
| **Ćwiczenia** | **Projekty/seminaria** | |
| 30 | 0 | |

## Liczba punktów ECTS

5

## Wykładowcy

Odpowiedzialny za przedmiot/wykładowca:
prof. dr hab. inż. Piotr Formanowicz

Odpowiedzialny za przedmiot/wykładowca:
dr hab. inż. Małgorzata Sterna, prof. PP

## Wymagania wstępne

Zakłada się, że rozpoczynając przedmiot student ma podstawową wiedzę i umiejętności z matematyki i informatyki na poziomie zgodnym z wymaganiami rekrutacyjnymi dla kierunku. Ponadto student musi prezentować takie postawy jak uczciwość, odpowiedzialność, wytrwałość, ciekawość poznawcza, kreatywność, kultura osobista, szacunek dla innych ludzi.

## Cel przedmiotu

Przekazanie studentom wiedzy obejmującej podstawowe pojęcia i metody matematyki dyskretnej głównie z zakresu logiki, teorii mnogości, teorii grafów, teorii transwersal i kombinatoryki. Rozwinięcie u studentów umiejętności interpretowania pojęć z zakresu informatyki w terminach funkcji i relacji, stosowania aparatu logiki, technik dowodzenia twierdzeń, teorii grafów i rekurencji do rozwiązywania problemów o charakterze informatycznym. Kształtowanie u studentów umiejętności logicznego rozumowania i wypowiadania się w sposób zrozumiały.

## Przedmiotowe efekty uczenia się

Wiedza

1. Student ma wiedzę z zakresu matematyki dyskretnej niezbędną do formułowania i rozwiązywania

złożonych problemów informatycznych za pomocą pojęć logiki formalnej oraz teorii mnogości. Zna podstawowe prawa logiki i teorii mnogości oraz własności relacji i funkcji pozwalające dostrzec i przeanalizować istotne zależności występujące w rozwiązywanych problemach informatycznych.

2. Ma wiedzę niezbędną do formułowania złożonych zadań informatycznych w terminach teorii grafów oraz do rozwiązywania tych zadań korzystając z metod tej teorii.

3. Ma wiedzę niezbędną do formalnego opisu problemów o charakterze informatycznym za pomocą obiektów kombinatorycznych oraz dostrzega związek pomiędzy liczbą tych obiektów i liczbą potencjalnych rozwiązań problemów. Zna techniki zliczania umożliwiające wyznaczenie liczby obiektów oraz jest świadomy ich związku z szacowaniem czasochłonności algorytmów.

4. Zna i rozumie zasadę indukcji matematycznej oraz potrafi wykorzystać rozumowanie indukcyjne oraz rekurencję do formalnego opisu i rozwiązania rzeczywistych problemów.

5. Zna podstawowe zasady szacowania szybkości wzrostu wartości funkcji niezbędne do określenia złożoności obliczeniowej algorytmów.

Umiejętności

1. Student potrafi wykorzystać pojęcia z zakresu matematyki dyskretnej do formalnego opisu zadań informatycznych.

2. Potrafi zastosować metody oparte o logikę, teorię mnogości oraz teorię grafów do formułowania i rozwiązywania zadań informatycznych.

3. Potrafi wykorzystać modele matematyki dyskretnej, tj. prostokąty łacińskie i wielomiany szachowe, do opisu i rozwiązania problemów o charakterze informatycznym, w szczególności do rozwiązywania problemów przydziału.

4. Potrafi zastosować metody szacowania szybkości wzrostu wartości funkcji oraz odpowiednie notacje do określania złożoności obliczeniowej algorytmów.

Kompetencje społeczne

1. Student potrafi wypowiadać się w sposób precyzyjny i logiczny, wykorzystując w tym celu podstawowe pojęcia z zakresu matematyki dyskretnej.

## Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

Wiedza nabyta w ramach wykładu jest weryfikowana podczas 90-minutowego egzaminu pisemnego składającego się z 2 testów: jednokrotnego i wielokrotnego wyboru. Każdy z testów obejmuje pytania zamknięte dotyczące treści programowych prezentowanych przez poszczególnych wykładowców i oceniany jest odrębnie. Do zaliczenia egzaminu konieczne jest przekroczenie progu 50% maksymalnej liczby punktów dla każdego testu. W przypadku przekroczenia progu dla obu testów, ocena końcowa ustalana jest jako średnia arytmetyczna z ocen cząstkowych. Podczas egzaminu nie jest dozwolone korzystanie z materiałów pomocniczych.

Umiejętności nabyte w ramach zajęć ćwiczeniowych weryfikowane są podczas dwóch sprawdzianów przeprowadzanych w semestrze w ramach ćwiczeń audytoryjnych, składających się z kilku zadań otwartych. Ocena końcowa ustalana jest na podstawie łącznej liczby punktów zdobytych w efekcie obu sprawdzianów. Do uzyskania oceny pozytywnej konieczne jest przekroczenie progu 50% maksymalnej liczby punktów. Podczas sprawdzianów nie jest dozwolone korzystanie z materiałów pomocniczych

### Treści programowe

W ramach wykładu przedstawiane są następujące zagadnienia:

1. Elementy logiki i teorii mnogości: własności spójników logicznych, wybrane rodzaje zdań złożonych, kwantyfikatory, podstawowe prawa rachunku zdań, działania na zbiorach, wybrane szczególne zbiory (zbiór pusty, zbiór potęgowy, alfabety, języki), prawa algebry zbiorów.

2. Relacje i funkcje, asymptotyka funkcji liczbowych (notacje): iloczyny kartezjańskie, pojęcie relacji, podstawowe rodzaje relacji, relacja równoważności, pojęcie funkcji, podstawowe rodzaje funkcji, przekształcenie wzajemnie jednoznaczne, funkcja odwrotna, funkcja złożona, notacje O, omega oraz teta.

3. Zliczanie i generowanie obiektów kombinatorycznych: prawo sumy, prawo iloczynu, wariacje z/bez powtórzeń, permutacje z/bez powtórzeń, kombinacje z/bez powtórzeń, podziały zbioru, współczynnik dwumianowy, współczynnik wielomianowy.

4. Indukcja matematyczna: zasada dobrego uporządkowania, pierwsza i druga zasada indukcji matematycznej.

5. Rekurencja: definicje, zależności pierwszego, drugiego i k-tego rzędu, problemy i algorytmy rekurencyjne, uogólniona zasada indukcji matematycznej dla zbiorów definiowanych rekurencyjnie.

6. Liczby szczególne, m.in.: liczby Stirlinga pierwszego i drugiego rodzaju, liczby Bella, liczby Eulera pierwszego i drugiego rzędu, liczby harmoniczne, liczby Fibonacciego, liczby Marsennea.

7. Elementy teorii grafów: pojęcia grafu nieskierowanego i grafu skierowanego, drogi, ścieżki, cykle, grafy Eulera, grafy Hamiltona, graf pełny, dopełnienie grafu, grafy dwudzielne, kolorowanie grafów, drzewa.

8. Własności liczb całkowitych: podzielność liczb, liczby pierwsze, największy wspólny dzielnik, algorytm Euklidesa, liczby względnie pierwsze, zasadnicze twierdzenie arytmetyki.

9. Podstawy teorii transwersal: twierdzenie Halla - wersja małżeńska, wersja transwersalowa, wersja macierzowa, wersja grafowa, wersja haremowa, turnieje, twierdzenia minimaksowe.

10. Zaawansowane techniki zliczania: zasada włączania i wyłączania, zasada szufladkowa Dirichleta, zasada dwoistości.

11. Funkcje tworzące: pojęcie funkcji tworzącej, zastosowanie funkcji tworzących do zliczania obiektów kombinatorycznych, wykładnicze funkcje tworzące.

12. Kwadraty i prostokąty łacińskie: rozszerzalność prostokątów, ortogonalność kwadratów.

13. Wielomiany szachowe: twierdzenia o dekompozycji.

14. Teoria grafów II: grafy skierowane etykietowalne wierzchołkowo, grafy sprzężone, definicja grafu etykietowalnego, klasy grafów etykietowalnych, grafy DNA, zależności między klasami grafów etykietowalnych.

Treści omawiane w ramach ćwiczeń audytoryjnych są skorelowane z treściami prezentowanymi w trakcie wykładu.

## Metody dydaktyczne

1. Wykład ilustrowany prezentacją multimedialną zawierającą omawiane treści programowe, wzbogaconą przykładami.

2. Ćwiczenia audytoryjne ilustrujące materiał prezentowany podczas wykładu zadaniami, rozwiązywanymi na tablicy przez studentów lub demonstrowanymi przez nauczyciela akademickiego, obejmujące dyskusję proponowanych przez studentów koncepcji rozwiązania zadań.

## Literatura

Podstawowa

1. Aspekty kombinatoryki, V. Bryant, WNT, Warszawa, 2007.

2. Discrete and combinatorial mathematics. An applied introduction, R.P. Grimaldi, Addison Wesley Publishing Company, New York, 1999.

3. Matematyka dyskretna, K.A. Ross, Ch.R.B. Wright, PWN, Warszawa, 2012.

4. Matematyka konkretna, R.L. Graham, D.E. Knuth, O. Patashnik, PWN, Warszawa, 2012.

Uzupełniająca

1. Kombinatoryka dla programistów, W. Lipski, WNT, Warszawa, 2007.

2. Matematyka, t. I, G. Decewicz, W. Żakowski, WNT, Warszawa, 2005.

3. Wprowadzenie do algorytmów, CT.H. Cormen, Ch.E. Leiserson, R.L. Rivest, PWN, Warszawa, 2012.

4. A novel representation of graph structures in web mining and data analysis, J. Błażewicz, E. Pesch, M. Sterna, Omega 33/1 (2005) 65-71, https://doi.org/10.1016/j.omega.2004.03.007.

**Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta**

| | Godzin | ECTS |
|---|---|---|
| Łączny nakład pracy | 127 | 5,0 |
| Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem | 62 | 2,5 |
| praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do zajęć ćwiczeniowych, przygotowanie do sprawdzianów i egzaminu)[1] | 65 | 2,5 |

[1] niepotrzebne skreślić lub dopisać inne czynności